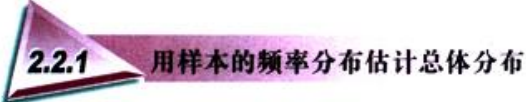
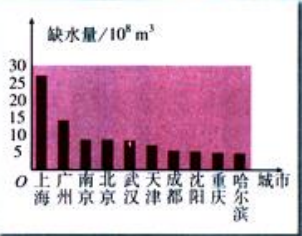


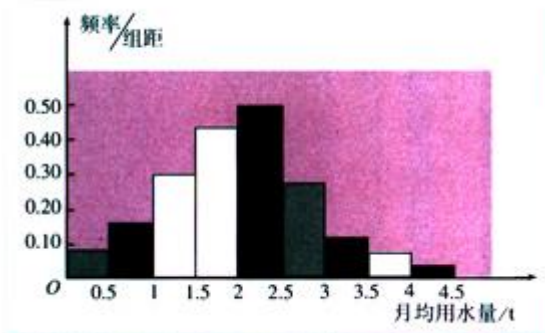
第 119 期
高中教材配套课件创作

课 题	2.4 用样本估计总体（频率分布直方图）																																																																																																			
册别 单元	高中数学 人教 A 版 必修 3 第二章 2.2 用样本估计总体																																																																																																			
教材所在页码	P65~ P69, P79~ P80																																																																																																			
教材对应截图	<p>由原始数据→频率分布表→频率分布直方图→总体密度曲线</p> <div style="text-align: center;">  </div> <div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: flex-start;"> <div style="width: 60%;"> <p>探究</p> <p>我国是世界上严重缺水的国家之一，城市缺水问题较为突出。某市政府为了节约生活用水，计划在本市试行居民生活用水定额管理，即确定一个居民月用水量标准 a，用水量不超过 a 的部分按平价收费，超出 a 的部分按议价收费。如果希望大部分居民的日常生活不受影响，那么标准 a 定为多少比较合理呢？你认为，为了较为合理地确定出这个标准，需要做哪些工作？</p> </div> <div style="width: 35%; text-align: center;">  <p>2000年全国主要城市中 缺水情况排在前10位的城市</p> </div> </div> <p>很明显，如果标准太低，会影响居民的日常生活；如果标准太高，则不利于节水。为了确定一个较为合理的标准 a，必须先了解全市居民日常用水量的分布情况，比如月均用水量在哪个范围的居民最多，他们占全市居民的百分比情况等。</p> <p>由于城市住户较多，通常采用抽样调查的方式，通过分析样本数据来估计全市居民用水量的分布情况。假设通过抽样，我们获得了 100 位居民某年的月均用水量（单位：t）：</p>																																																																																																			
	<p style="text-align: center;">表 2-1 100 位居民的月均用水量（单位：t）</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tbody> <tr><td>3.1</td><td>2.5</td><td>2.0</td><td>2.0</td><td>1.5</td><td>1.0</td><td>1.6</td><td>1.8</td><td>1.9</td><td>1.6</td></tr> <tr><td>3.4</td><td>2.6</td><td>2.2</td><td>2.2</td><td>1.5</td><td>1.2</td><td>0.2</td><td>0.4</td><td>0.3</td><td>0.4</td></tr> <tr><td>3.2</td><td>2.7</td><td>2.3</td><td>2.1</td><td>1.6</td><td>1.2</td><td>3.7</td><td>1.5</td><td>0.5</td><td>3.8</td></tr> <tr><td>3.3</td><td>2.8</td><td>2.3</td><td>2.2</td><td>1.7</td><td>1.3</td><td>3.6</td><td>1.7</td><td>0.6</td><td>4.1</td></tr> <tr><td>3.2</td><td>2.9</td><td>2.4</td><td>2.3</td><td>1.8</td><td>1.4</td><td>3.5</td><td>1.9</td><td>0.8</td><td>4.3</td></tr> <tr><td>3.0</td><td>2.9</td><td>2.4</td><td>2.4</td><td>1.9</td><td>1.3</td><td>1.4</td><td>1.8</td><td>0.7</td><td>2.0</td></tr> <tr><td>2.5</td><td>2.8</td><td>2.3</td><td>2.3</td><td>1.8</td><td>1.3</td><td>1.3</td><td>1.6</td><td>0.9</td><td>2.3</td></tr> <tr><td>2.6</td><td>2.7</td><td>2.4</td><td>2.1</td><td>1.7</td><td>1.4</td><td>1.2</td><td>1.5</td><td>0.5</td><td>2.4</td></tr> <tr><td>2.5</td><td>2.6</td><td>2.3</td><td>2.1</td><td>1.6</td><td>1.0</td><td>1.0</td><td>1.7</td><td>0.8</td><td>2.4</td></tr> <tr><td>2.8</td><td>2.5</td><td>2.2</td><td>2.0</td><td>1.5</td><td>1.0</td><td>1.2</td><td>1.8</td><td>0.6</td><td>2.2</td></tr> </tbody> </table>	3.1	2.5	2.0	2.0	1.5	1.0	1.6	1.8	1.9	1.6	3.4	2.6	2.2	2.2	1.5	1.2	0.2	0.4	0.3	0.4	3.2	2.7	2.3	2.1	1.6	1.2	3.7	1.5	0.5	3.8	3.3	2.8	2.3	2.2	1.7	1.3	3.6	1.7	0.6	4.1	3.2	2.9	2.4	2.3	1.8	1.4	3.5	1.9	0.8	4.3	3.0	2.9	2.4	2.4	1.9	1.3	1.4	1.8	0.7	2.0	2.5	2.8	2.3	2.3	1.8	1.3	1.3	1.6	0.9	2.3	2.6	2.7	2.4	2.1	1.7	1.4	1.2	1.5	0.5	2.4	2.5	2.6	2.3	2.1	1.6	1.0	1.0	1.7	0.8	2.4	2.8	2.5	2.2	2.0	1.5	1.0	1.2	1.8	0.6
3.1	2.5	2.0	2.0	1.5	1.0	1.6	1.8	1.9	1.6																																																																																											
3.4	2.6	2.2	2.2	1.5	1.2	0.2	0.4	0.3	0.4																																																																																											
3.2	2.7	2.3	2.1	1.6	1.2	3.7	1.5	0.5	3.8																																																																																											
3.3	2.8	2.3	2.2	1.7	1.3	3.6	1.7	0.6	4.1																																																																																											
3.2	2.9	2.4	2.3	1.8	1.4	3.5	1.9	0.8	4.3																																																																																											
3.0	2.9	2.4	2.4	1.9	1.3	1.4	1.8	0.7	2.0																																																																																											
2.5	2.8	2.3	2.3	1.8	1.3	1.3	1.6	0.9	2.3																																																																																											
2.6	2.7	2.4	2.1	1.7	1.4	1.2	1.5	0.5	2.4																																																																																											
2.5	2.6	2.3	2.1	1.6	1.0	1.0	1.7	0.8	2.4																																																																																											
2.8	2.5	2.2	2.0	1.5	1.0	1.2	1.8	0.6	2.2																																																																																											

计算各小组的频率，作出下面的**频率分布表**。

表 2-2 100 位居民月均用水量的频率分布表

分组	频数累计	频数	频率
[0, 0.5)	正	4	0.04
[0.5, 1)	正下	8	0.08
[1, 1.5)	正正正	15	0.15
[1.5, 2)	正正正正下	22	0.22
[2, 2.5)	正正正正正	25	0.25
[2.5, 3)	正正正	14	0.14
[3, 3.5)	正下	6	0.06
[3.5, 4)	正	4	0.04
[4, 4.5]	下	2	0.02
合计		100	1.00



由频率分布直方图→正态分布密度函数

一般地，当总体中的个体数较多时，抽样时样本容量就不能太小。例如，如果要抽样调查一个省乃至全国的居民的月均用水量，那么样本容量就应比调查一个城市的时候大。可以想像，随着样本容量的增加，作图时所分的组数增加，组距减小，相应的频率折线图会越来越接近于一条光滑曲线，统计中称这条光滑曲线为**总体密度曲线**，如图 2.2-3 所示。总体密度曲线反映了总体在各个范围内取值的百分比，它能给我们提供更加精细的信息。例如，图中有阴影部分的面积，就是总体在区间 (a, b) 内取值的百分比。

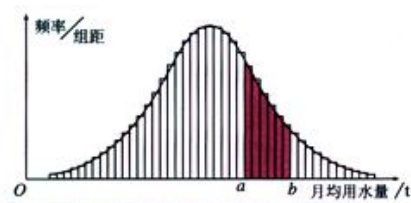


图 2.2-3



生产过程中的质量控制图

我们知道，平均数 μ 表明了总体的重心所在，标准差 σ 表明了总体的离散程度。但是，当我们从样本数据中计算出这两个数值后，其他信息就丢失了。所以，这两个数值并不能刻画总体的全貌。不过，现实生活中，有一些总体（如某地区同龄儿童的身高、体重等）的分布的密度曲线是由它的平均数 μ 与标准差 σ 完全确定的（图1~图3），我们把这种分布记作 $N(\mu, \sigma^2)$ ，称为平均数为 μ ，方差为 σ^2 的正态分布。

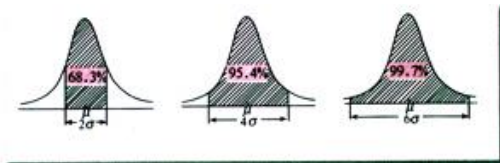


图1

图2

图3

从密度曲线图可以测量出这个总体在 $(\mu-\sigma, \mu+\sigma)$ $(\mu-2\sigma, \mu+2\sigma)$ 和 $(\mu-3\sigma, \mu+3\sigma)$ 等区间内取值的百分比是：

区 间	取值的百分比
$(\mu-\sigma, \mu+\sigma)$	68.3%
$(\mu-2\sigma, \mu+2\sigma)$	95.4%
$(\mu-3\sigma, \mu+3\sigma)$	99.7%

上述总体分布在产品质量控制中的应用是非常广泛的。例如，工人生产零件时，零件尺寸一般服从 $N(\mu, \sigma^2)$ 分布。这样，零件尺寸在 $(\mu-3\sigma, \mu+3\sigma)$ 以外取值的只有 0.3%，它表明在大量重复试验中，平均每抽取 1 000 个零件，属于这个范围以外的尺寸大约有 3 个。因此在一批产品中随机抽取一个零件，零件尺寸在 $(\mu-3\sigma, \mu+3\sigma)$ 以外是几乎不可能发生的。一旦这种情况发生，即零件尺寸 x 满足 $|x-\mu| \geq 3\sigma$ ，我们就有理由认为生产中可能出现了异常情况。比如，可能原料、机器出了问题，或工艺规程不完善，或工人操作时精力不集中等。这种情况下，需要停机检查，找出原因，使生产过程重新控制在一种正常状态，从而避免继续生产更多的次品，以保证产品质量。

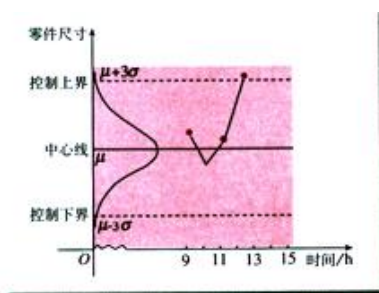


图4

这就是运用统计原理进行产品质量控制的基本思想。目前，在生产中广泛运用的质量控制图（图4），就是根据上述原理制作的。

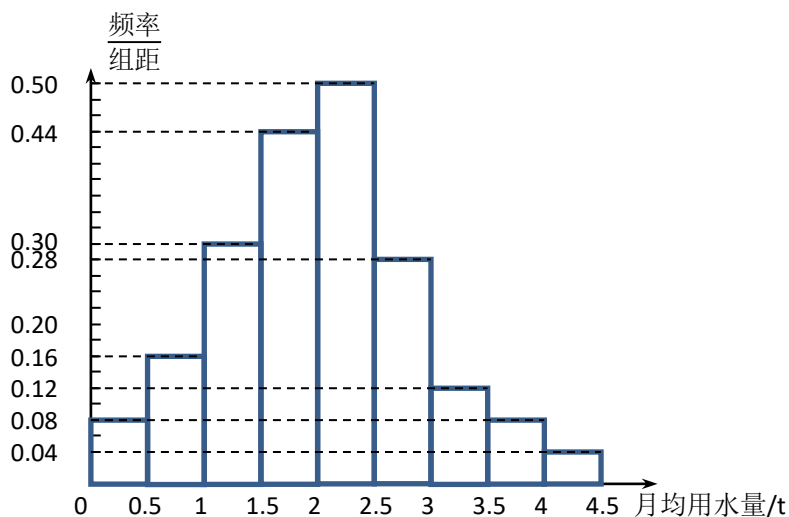
图4实际上是将图3旋转 90° 后得到的。在生产过程中，从某一时刻起，每隔一定时间任取一个零件进行检查，将其尺寸用圆点在图中表示出来，如果圆点在控制界限以内，可认为生产情况正常；如果圆点超出控制界限，可认为有异常情况发生，应该停机检查。

至此，你对标准差的含义是否有了进一步的理解？请你根据上述阅读材料谈谈你对标准差的认识。

<p>对应的学习目标</p>	<p>1. 通过实例体会分布的意义和作用； 2. 会用频率分布表或分布条形图、频率分布直方图、频率分布折线图估计总体分布，并作出合理解释。</p>																																																
<p>教学/学习难点</p>	<p>1、坐标的单位长度影响频率分布直方图的形状； 2、所分组数（组距）影响频率分布表中的数字和频率分布直方图的形状； 3、向学生展示随着样本容量的增加，频率分布直方图的变化规律，使学生体会频率折线稳定于密度曲线的规律性； 4、对总体分布概念的理解，统计思维的建立。</p>																																																
<p>课件设计说明</p>	<p>知识探究（一）：频率分布直方图</p> <p style="text-align: center;"> 3.1 2.5 2.0 2.0 1.5 1.0 1.6 1.8 1.9 1.6 3.4 2.6 2.2 2.2 1.5 1.2 0.2 0.4 0.3 0.4 3.2 2.7 2.3 2.1 1.6 1.2 3.7 1.5 0.5 3.8 3.3 2.8 2.3 2.2 1.7 1.3 3.6 1.7 0.6 4.1 3.2 2.9 2.4 2.3 1.8 1.4 3.5 1.9 0.8 4.3 3.0 2.9 2.4 2.4 1.9 1.3 1.4 1.8 0.7 2.0 2.5 2.8 2.3 2.3 1.8 1.3 1.3 1.6 0.9 2.3 2.6 2.7 2.4 2.1 1.7 1.4 1.2 1.5 0.5 2.4 2.5 2.6 2.3 2.1 1.6 1.0 1.0 1.7 0.8 2.4 2.8 2.5 2.2 2.0 1.5 1.0 1.2 1.8 0.6 2.2 </p> <p>思考：在实际抽样时，样本容量越大越好吗？</p> <p>画频率分布直方图步骤：</p> <p>1、一组数据（数据个数动态，最多 100 个，可以调整）动态扫描，筛选出数据的最大值、最小值并且求出数据的极差；</p> <p>2、决定组距与组数（动态分组）；</p> <p>3、数据分组——设定各组数据的取值范围（为了“凑整”适当放宽数据上限和下限可手动调整）；</p> <p>4、列频率分布表（动态统计、动态演示）：</p> <table border="1" data-bbox="432 1406 1034 1939" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 25%;">分组</th> <th style="width: 25%;">频数累记</th> <th style="width: 25%;">频数</th> <th style="width: 25%;">频率</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr> <td>合计</td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> </tbody> </table> <p>思考 1：如果市政府希望 85%左右的居民每月的用水量不超过标准，根据上述频率分布表，你对制定居民月用水量标准（即 a 的取值）有何建议？</p>	分组	频数累记	频数	频率																																									合计			
分组	频数累记	频数	频率																																														
合计																																																	

思考 2: 在实际中, 取 $a=3t$ 一定能保证 85% 以上的居民用水不超标吗? 哪些环节可能会导致结论出现偏差?

5、画频率分布直方图、画频率分布折线图 (动态画频率分布直方图);



思考 1: 频率分布直方图中各小长方形的面积表示什么? 各小长方形的面积之和为多少?

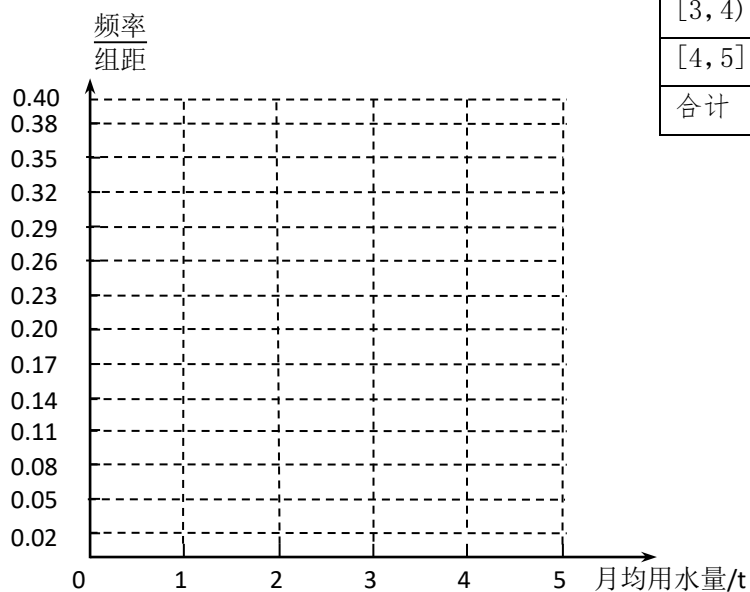
思考 2: 频率分布直方图有哪些优点和缺点? 你能根据上述频率分布直方图指出居民月均用水量的一些数据特点吗?

优点: 频率分布直方图非常直观地表明了样本数据的分布情况, 使我们能够看到频率分布表中看不太清楚的数据模式, 缺点: 但原始数据不能在图中表示出来.

思考 3: 对一组给定的样本数据, 频率分布直方图的形状与哪些因素有关? 在居民月均用水量样本中, 以 1 为组距画频率分布直方图吗?

分组	频数	频率
[0, 1)	12	
[1, 2)	37	
[2, 3)	40	
[3, 4)	9	
[4, 5]	2	
合计	100	1

外观
你能



知识探究 (二): 频率分布直方图 → 总体密度曲线

思考 6: 上例中的样本容量为 100, 如果增至 1000, 其频率分布直方图的情况会有什么变化? 假如增至 10000 呢? 当样本容量无限增大, 组距无限缩小, 那么频率分布直方图就会无限接近一条光滑曲线——总体密度曲线

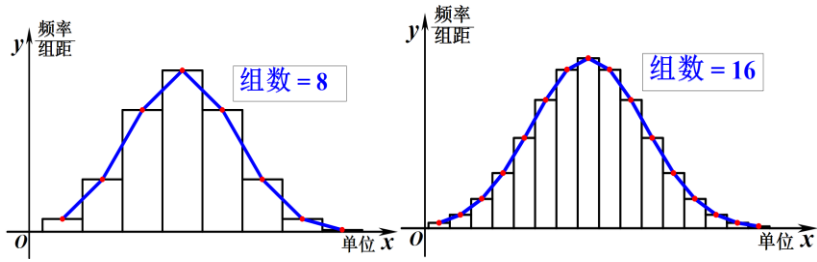


图 1

图 2

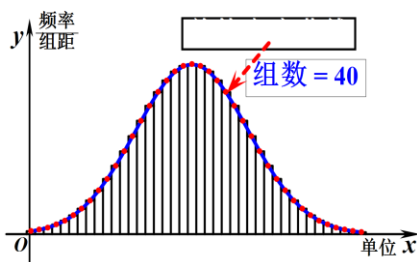


图 3

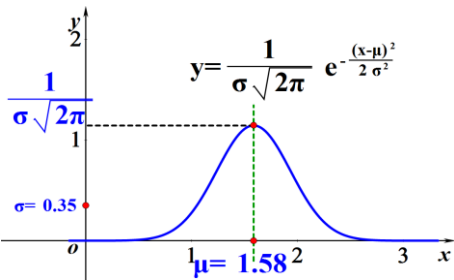


图 4

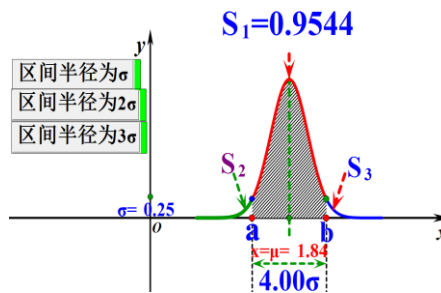


图 6

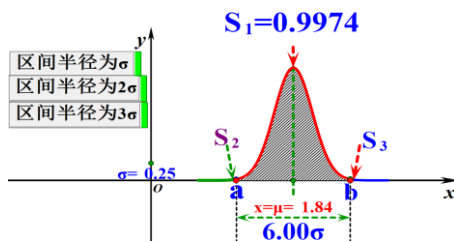
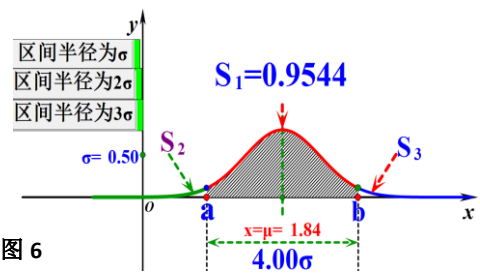
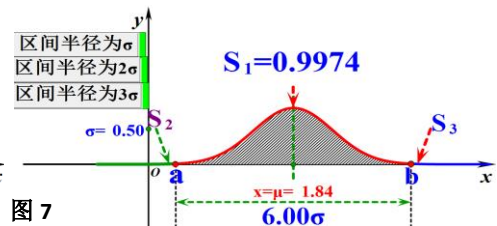


图 7



使用说明

利用课件按钮提示和变量尺进行操作, 可动态改变数据个数、动态扫描数据、动态分组、动态统计、动态绘制直方图, 可重复动态多次操作。