

网络画板赛第 82 期打擂题制作分享

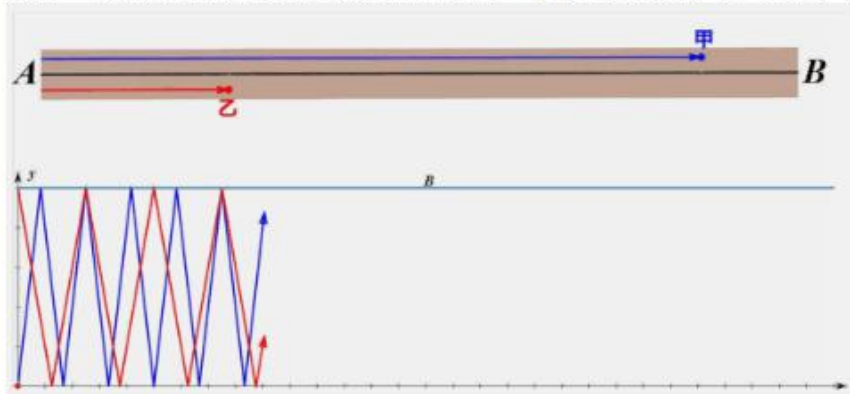
金晓亮

题目及要求：

2、打擂题

甲、乙两辆汽车分别从A、B两地同时出发，在两地间来回跑，首次会车后，甲用20分钟到达B地，乙用45分钟到达A地，已知乙的速度是每小时40千米。甲乙两车第n次会车在出发后的什么时间？此时距A地多少千米？

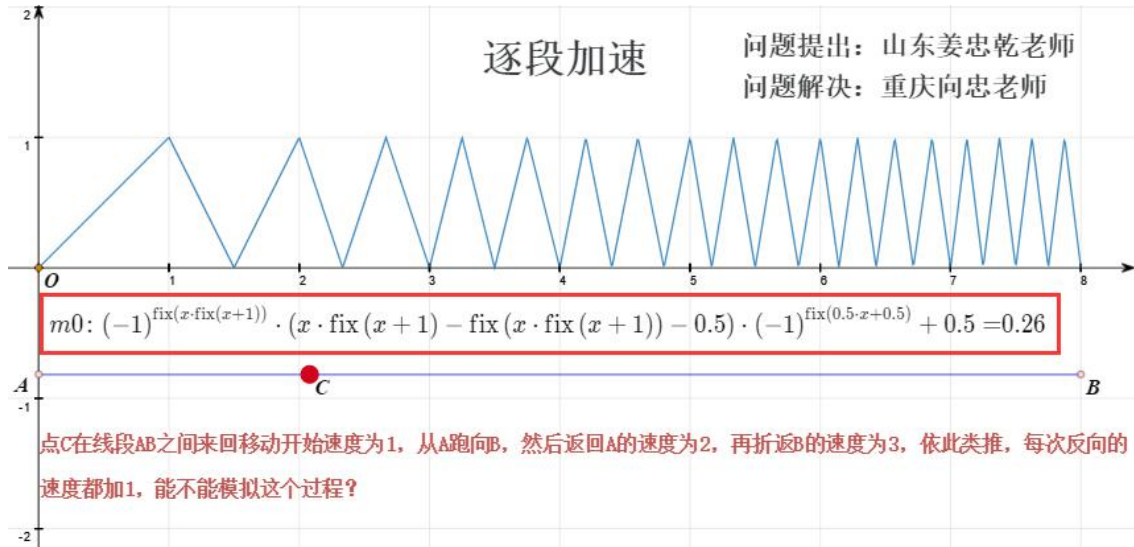
要求：动态演示相对运动过程，并作出两车与A地间距离和运行时间的函数图像。



一、首先通过数学计算相应的数据：

计算得到 AB 之间的路程为 50km，甲的速度为 60km/h，乙的速度为 40km/h，甲半个周期（从 A 到 B）的运动时间为 $5/6$ h，乙半个周期（从 B 到 A）的运动时间为 $5/4$ h。

二、本例的计算表达式的来源是之前向忠老师解答的一个问题，我对这个问题的解答也是不甚理解，我接下来主要讲解一下我是如何利用向老师的函数表达式来凑出打擂题中的特殊情况，我对我的解答也没完全理解，写得不好的地方还请各位老师指正，现展示一下上次的问题，如下：

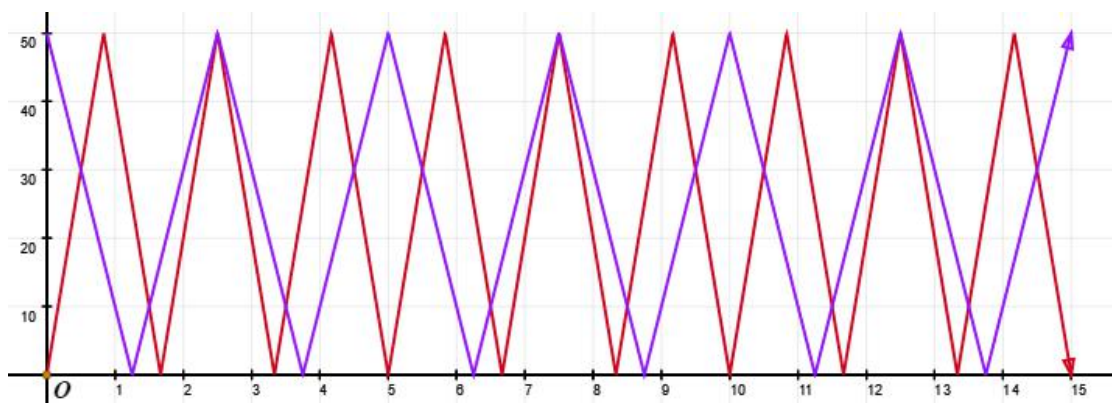


其中，关键的表达式如下所示：

$$(-1)^{\text{fix}(x * \text{fix}(x + 1))} * (x * \text{fix}(x + 1) - \text{fix}(x * \text{fix}(x + 1)) - 0.5) * (-1)^{\text{fix}(0.5 * x + 0.5)} + 0.5$$

向老师的这个问题的图像中的半周期一直在变，一开始半周期是1，接着半周期是1/2，接着半周期是1/3依次类推。

而这期的打擂题两个函数的半周期分别是5/6和5/4，如下图所示：



首先我们先研究红色图像的表达式（甲的函数图像）。

我们先看一下向老师的表达式：

$$\frac{(-1)^{\text{fix}(x * \text{fix}(x + 1))} * (x * \text{fix}(x + 1) - \text{fix}(x * \text{fix}(x + 1)) - 0.5)}{(-1)^{\text{fix}(0.5 * x + 0.5)} + 0.5}$$

前面一部分我猜测是决定直线的方向的，

$$\frac{(-1)^{\text{fix}(x * \text{fix}(x + 1))} * (x * \text{fix}(x + 1) - \text{fix}(x * \text{fix}(x + 1)) - 0.5)}{(-1)^{\text{fix}(0.5 * x + 0.5)} + 0.5}$$

后面这部分我猜测是主要的函数表达式。

我还发现：

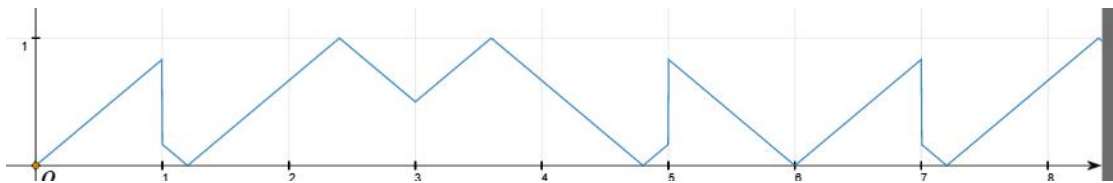
$$\frac{(-1)^{\text{fix}(x * \text{fix}(x + 1))} * (x * \text{fix}(x + 1) - \text{fix}(x * \text{fix}(x + 1)) - 0.5)}{(-1)^{\text{fix}(0.5 * x + 0.5)} + 0.5}$$

这几个部分重复出现，我想肯定是可以整体替换的。

所以我就尝试用表达式：

$$\frac{(-1)^{\text{fix}(5 / 6 x)} * (5 / 6 x - \text{fix}(5 / 6 x) - 0.5)}{(-1)^{\text{fix}(0.5 * x + 0.5)} + 0.5},$$

我发现这个函数图像是这样的：



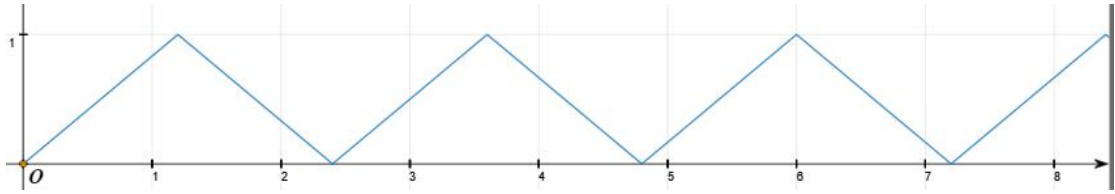
，所以要继续修改，因为我不理解这一部分的作用

$$\frac{(-1)^{\text{fix}(5 / 6 x)} * (5 / 6 x - \text{fix}(5 / 6 x) - 0.5)}{(-1)^{\text{fix}(0.5 * x + 0.5)} + 0.5},$$

，所以我就尝试把这一部分删除试一试，表达式如下：

$$(-1)^{\text{fix}(\frac{5}{6}x)} \cdot (\frac{5}{6}x - \text{fix}(\frac{5}{6}x) - 0.5) + 0.5$$

结果如下：

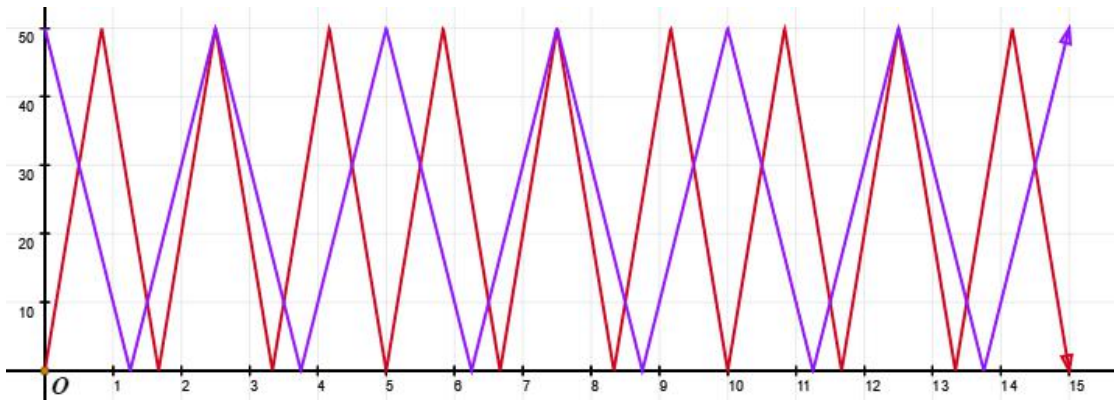


到此，我惊喜的发现离成功不远了。现在需要调整半周期以及振幅，这些都比较容易修改了，最终甲函数图像的表达式为：

$$50 \cdot (-1)^{\text{fix}(\frac{6x}{5})} \cdot (\frac{6x}{5} - \text{fix}(\frac{6x}{5}) - 0.5) + 25$$

那么乙函数图像的表达式该怎么得到呢？

研究甲乙两个函数图像可得，

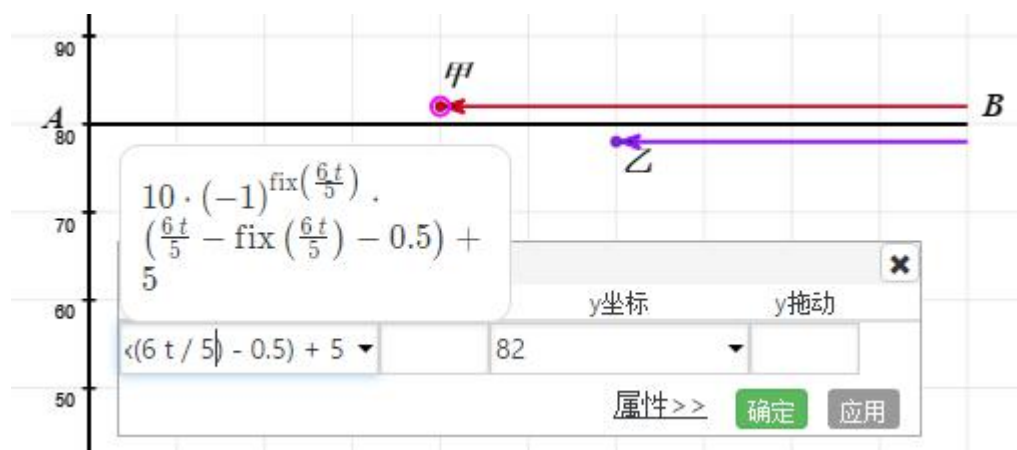


可以先构造类似于函数甲的图像，然后把把这个图像向左平移半个周期即可。所以最终乙的函数表达式如下所示：

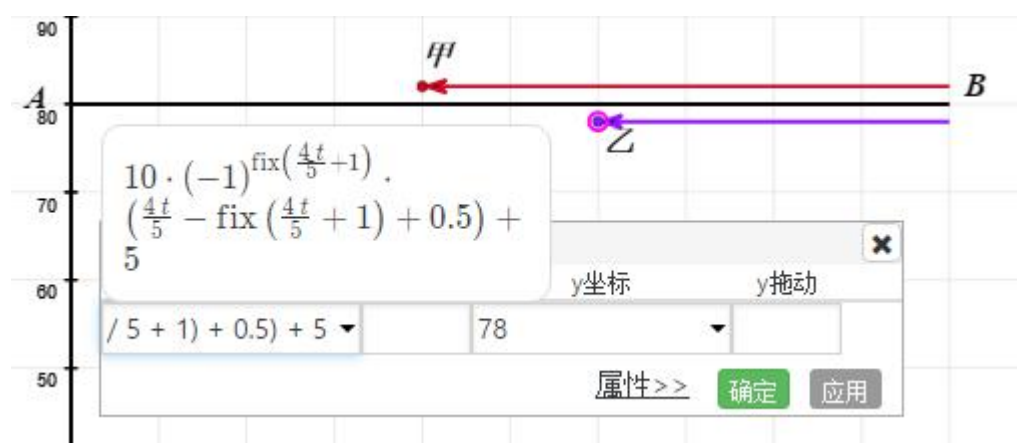
$$50 \cdot (-1)^{\text{fix}(\frac{4x}{5}+1)} \cdot (\frac{4x}{5} - \text{fix}(\frac{4x}{5}+1) + 0.5) + 25$$

接下来就是甲和乙在线段上往返跑的动画，有了甲和乙的函数表达式，构造甲乙往返跑的坐标点就不太困难了，如下图所示：

甲的坐标:



乙的坐标:



其中我把 AB 之间的图上距离设置为 10 个单位长度, 所以两个表达式都需要乘以 10。

最后, 为了构造对应的方向箭头, 还需要设置线段的另一个端点的坐标, 如图所示:

甲线段的另一个端点的坐标:



乙线段的另一个端点的坐标：



两个 if 表达式中的条件部分都是表示函数图像的方向的，大于 0 表示其函数图像方向向上，否则表示方向向下。

最后，在全局坐标系中，我还对坐标系进行了一定的设置，如下图所示：



具体的制作步骤在这里就从略了，因为这题的制作步骤很少，

大家可以**直接浏览我的这期作品就可以了。地址如下：**

<http://www.netpad.net.cn/svg.html#posts/58972>

最后感谢大家的阅读！