

第 70 期赛题三角数的倒数和的制作说明

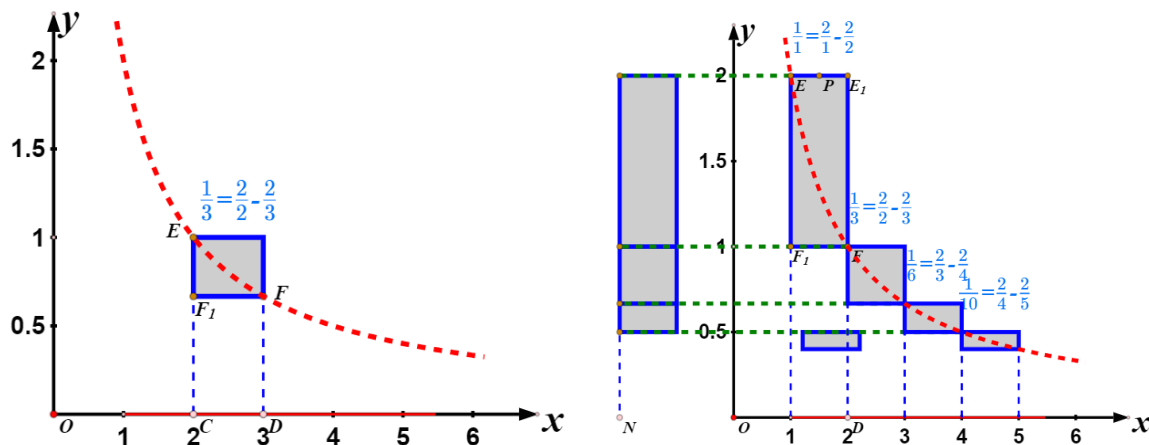
乌审旗高级中学——边步兴

2018. 6. 23

课件制作: <http://netpad.net.cn/svg.html#posts/53697>

思路: 从通项 $\frac{1}{C_{n+1}^2} = \frac{2}{n} - \frac{2}{n+1}$ 入手, 裂项后的两项分别对应反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象上的两个函数值, 这二者之

差乘上矩形宽 1 即为矩形面积, 最后将这些矩形平移汇聚在一起 (向左逐渐聚拢), 逐渐填充满长 2 宽 1 的矩形。

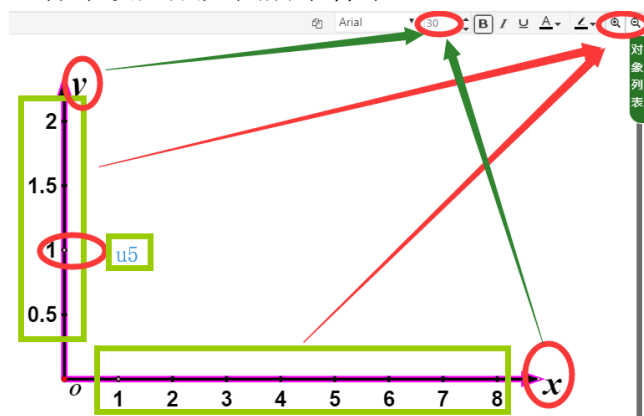


制作方法:

1. 准备工作 (插入并设置自定义坐标系):

①作变量尺 n , 初始值设为 1, 增量为 0.00001

②插入一个自定义坐标系, 并将 y 轴的单位点的点值和拖动变量都改为 $u5$, 拖动 y 轴的单位点, 把坐标系设置成如图所示样子,



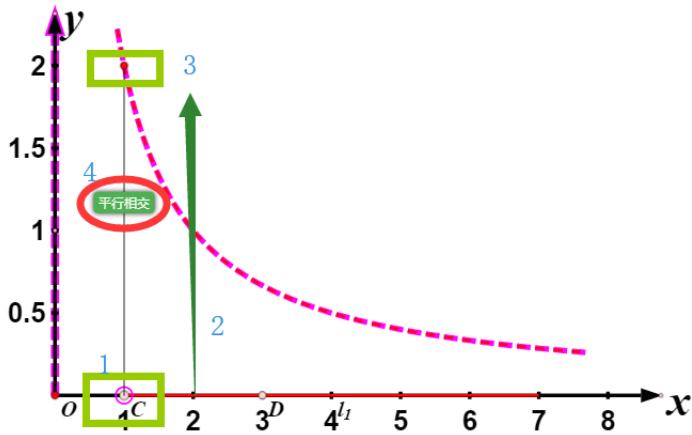
③在自定义坐标系中 (左上角有选择坐标系) 作出点 $A(1, 0)$ 、 $B(n+1, 0)$ 以及线段 AB , 并隐藏 A 、 B 两点

④在线段上 AB 取点 C , 修改点值为 0, 选中线段 AB 和点 C , 测量出 C 点在线段 AB 上的点值 m_0 , 测量计算 $m_1 = m_0 + \frac{t}{n}$ (测量对象编号 m_1), 在线段 AB 取上点 D , 属性中修改点值为 m_1 ;

2. 在函数曲线 $y = \frac{2}{x}$ 上作出矩形

①作出函数 $y = \frac{2}{x}$, $x \in [0.9, n + 1.7]$

- ②用智能画笔过点 C 作 $CE \parallel y$ 轴交曲线 $y = \frac{2}{x}$ 于点 E (用智能画笔选中点 C 向 y 轴平行的方向拖动鼠标, 拖动到与曲线相交的位置时, 当出现平行相交的字样时放开鼠标, 则作出符合条件的点 E)
- ③同样用智能画笔过点 D 作 $DF \parallel y$ 轴交曲线 $y = \frac{2}{x}$ 于点 F ;



- ④标记向量 \overrightarrow{CD} , 选中 E 点按照向量 \overrightarrow{CD} 平移作出点 E_1

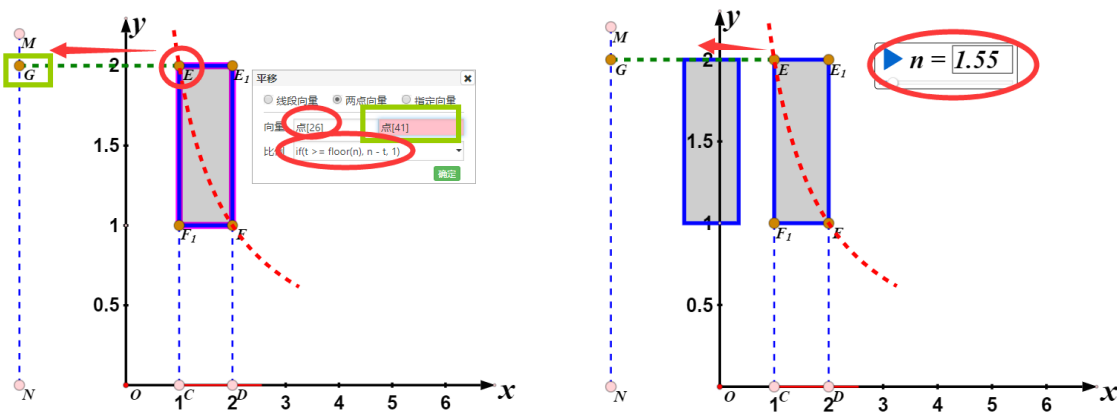
标记向量 \overrightarrow{DC} , 选中 F 点按照向量 \overrightarrow{DC} 平移作出点 F_1

- ⑤按顺序选中点 F_1 、 F 、 E_1 、 E 用多边形工具作出矩形 F_1FE_1E

3. 作出向左汇聚的矩形 F_1FE_1E

- ①作出点 $M(-2, 2.2)$, $N(-2, 0)$ 以及线段 MN
- ②过点 E 作 $EG \perp MN$ 于 G 点

- ③选中多边形 F_1FE_1E 按向量 \overrightarrow{EG} 平移做出多边形, 比例设为 $\text{if}(t \geq \text{floor}(n), n - t, 1)$

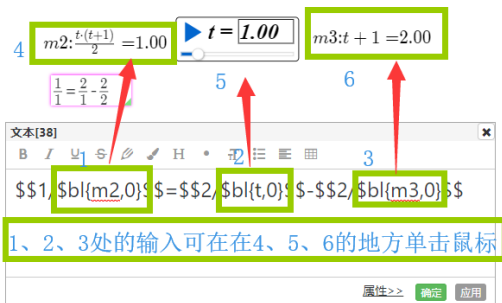


4. 为迭代通项作准备

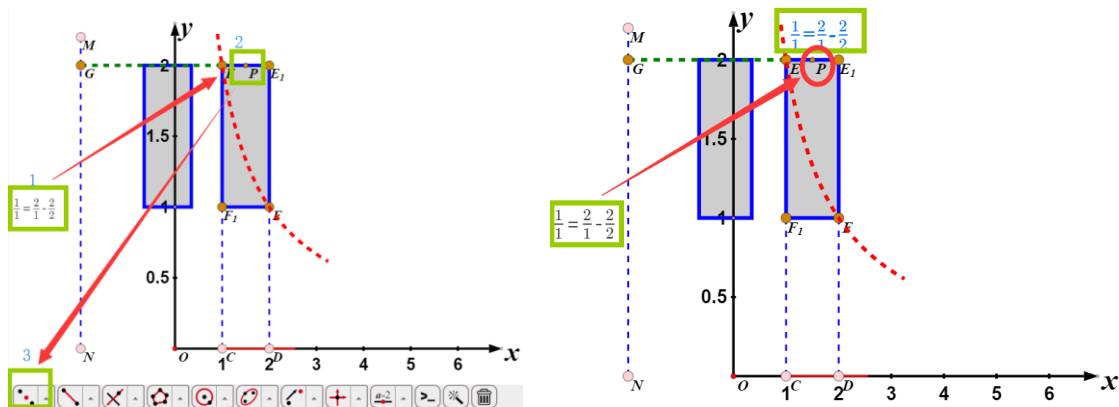
- ①由于通项 $\frac{1}{C_{n+1}^2} = \frac{n(n+1)}{2}$, 作出变量 t (参数迭代变量为 t) 初始值设为 1,

测量计算 $m2 = t * (t + 1) / 2$, $m3 = t + 1$

- ②作出 EE_1 的中点 P , 在文本工具内输入下面的文本, 如图所示: $\frac{1}{C_{m2,0}^2} = \frac{2}{C_{t,0}^2} - \frac{2}{C_{m3,0}^2}$



③选中刚作出的文本和 P 点，附着/分离工具将文本和点合并，

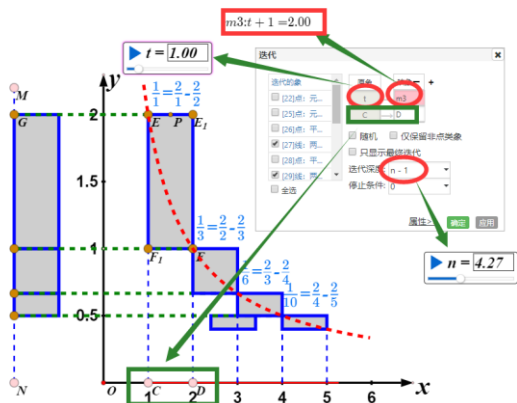


5. 作迭代：选中变量 t 和点 C

按如下规则进行迭代：

$t \rightarrow m3$

$C \rightarrow D$ 迭代, 迭代次数设为 $n-1$ (提示：先选中变量 t 和点 C 再点迭代工具按钮)



画板感悟：

1. 我的方法和大多数老师采用的方法一样借助反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ (或 $y = \frac{1}{x}$) 作小矩形，

① 比如吴宇迪同学的做法利用反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象将通项的两项分别几何直观化，借助平移加加减减（黑加白减）实现赛题的效果，很有创意；

② 曾德刚老师的方法是随着 n 的递增，曲线 $y = \frac{2}{x}$ 上的矩形逐个拾捡到一起，将各个小矩形累积得到高为 2 宽为 1 的矩形，很好的思路；

③ 而我多做了一步是将将这些矩形向左逐渐聚拢平移汇聚在一起，逐渐填充满长 2 宽 1 的矩形，这样动画的视觉效果可能要好一些，别人更容易看懂这个无字证明过程；

最后对个位板友说声抱歉，制作说明写的有点慢了，有什么不足之处请大字家批评指正。

(在制作说明中没有写原比赛的课件中线段的标识)