

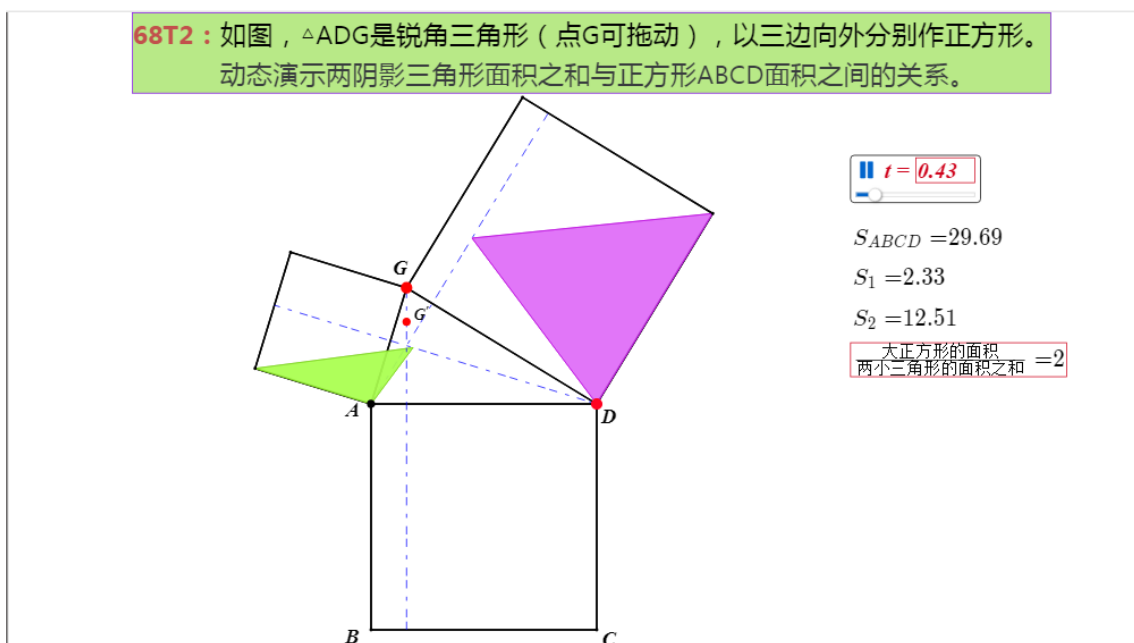
网板周赛第 68 期 T2：点值控制下点的变换接力

成都 曾德刚

【课件编号】 48622



【效果图】



本次赛题相对简单，但实用价值较高，主要考察点值控制下点的变换接力。设计点有两个：1、如何尊重题目本身的要求，构造锐角三角形；2、点的接力中点值的计算获取方式。

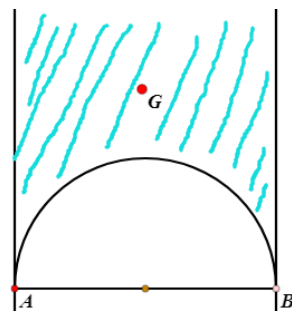
【制作过程】

板块一：制作锐角三角形的第三顶点

以一条线段 AB 为边的锐角三角形的第三顶点 G 所处区域为图中蓝色区域。

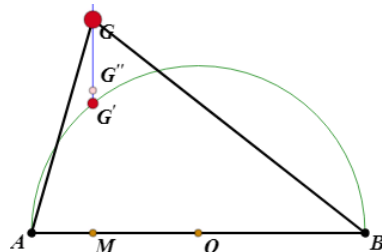
制作方法：

- (1) 作线段 AB；
- (2) 作线段 AB 的中点 O；



- (3) 依次选择点 O、B、A，用“圆心与两点的弧”工具作圆弧；
- (4) 取弧上的半自由点 G'，用智能笔作 $G'M \perp AB$ 于点 M；
- (5) 选择点 G'、M，用“缩放”工具，缩放比 1.1，产生点 G''；
- (6) 作射线 G'G''，在射线上取点 G。

拖动 G'、G，均可以保证 $\triangle ABG$ 为锐角三角形（极端情况为直角三角形）。



板块二：点值控制下点的变换接力

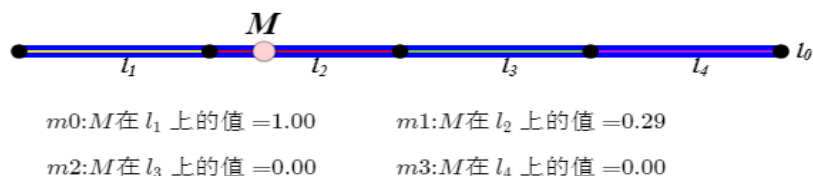
多步骤中点的连续变换，一般采用点值控制下点的变换接力，即利用上一次变换获得的点作为下一次变换的原象继续进行下一次的变换，保留最后那个点，构造最终图形即可。这主要要处理好每一次变换的变换量，从而保证“该动即动”。

常见的获取这个变换量的方法有以下几种（以四步变换为例）：

方法一：几何画板中常见的点值接力

- ① 作线段 l_0 ，在上面取半自由点 M；
- ② 作四等分点，作线段 l_1 、 l_2 、 l_3 、 l_4 ；
- ③ 分别测量点 M 在四条线段上的点值即可作为四次变换的变换量。

拖动点 M，四个测量值依次变换，可以实现完整的变换过程。



方法二：利用 if 函数作分段计算

- ① 建立参数 t ：0~4，步长 0.01

- ② 计算： $m_0 \leftarrow \text{if}(t < 1, t, 1)$
 $m_1 \leftarrow \text{if}(t < 1, 0, t < 2, t - 1, 1)$
 $m_2 \leftarrow \text{if}(t < 2, 0, t < 3, t - 2, 1)$
 $m_3 \leftarrow \text{if}(t < 3, 0, t - 3)$

③ 作参数 t 的动画即可实现完整的变换过程。

方法三：计算的改进版（这个计算得益于 GGB 中唐大仕博士的授课，本次周赛中金晓亮老师使用到）。原理和方法二一致，仅仅计算式做了精简：

$$m_0 \leftarrow \min(t, 1) \qquad m_1 \leftarrow \max(0, \min(t - 1, 1))$$

$$m_2 \leftarrow \max(0, \min(t - 2, 1)) \qquad m_3 \leftarrow \max(0, \min(t - 3, 1))$$

方法四：利用多参数下的串行动画（本次周赛王明全老师使用到）

设置一个如图的多参数串行动画，利用参数值 t_1 、 t_2 、 t_3 、 t_4 ，作为四次变换的变换量。使用这样的方式，需要设置一个复位按钮，在每次动画之前将四个参数值设置为 0 且停止串行动画，否则中途停止动画过程再开始会引起混乱。



关于以上四种方式，我个人更喜欢方法二，对不等时（变速）的情况可以很方便的修改。

若总时间 $t \in [m, n]$ ，当 $t \in [m, a)$ 时，点值为 0，当 $t \in (a, b)$ 时，点值为 $[0, 1]$ ，当 $t \in (b, n]$ 时，点值为 1。总的计算式为：

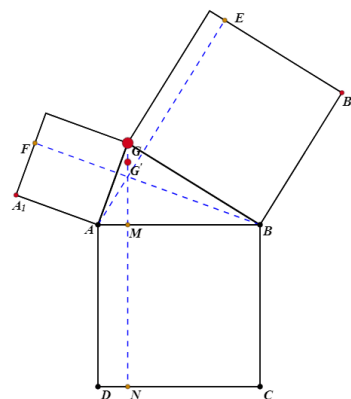
$$\text{if}(t < a, 0, t < b, (t - a) / (b - a), 1)。$$

具体关于四种方式的详细介绍，请参见编号为 49941 的课件。

更一般的情况，可以参见编号为 42399、42407 的课件的处理方法。

制作方法：

- (7) 在板块一完成的基础上，以点 A、B、G 为正方形的顶点，用“正多边形”工具向 $\triangle ABG$ 的形外作正方形；并用智能笔作出如图的 N、E、F 点；



- (8) 制作四步变换（仅以左边三角形为例说明）：

第一次变换：依次选中点 B、F，用“缩放”工具，缩放比： m_0 ，得到点 B' ；

第二次变换：依次选中点 A_1 、 B' 、A，用“旋转”工具，旋转量： $m_1 \cdot \pi/2$ （顺时针），得到点 A' 、 B'' ；

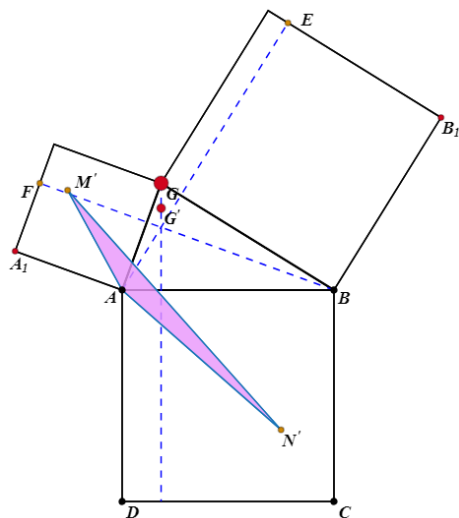
第三次变换：依次选中点 M、 A' ，用“缩放”工具，缩放比： m_3 ，得到点 M' ；

第四次变换：依次选中点 N、 B'' ，用“缩放”工具，缩放比： m_4 ，得到点 N' ；

- (9) 选中点 A、 M' 、 N' 作多边形，隐藏中间变换生成的点；

- (10) 拖动参数条 t，看看效果。

右边三角形的变换类似可做。



版块三：测量正方形 ABCD 及两个阴影三角形的面积，计算面积关系，做题目在代数上的验证。

以上仅为个人拙见，不当之处，还望批评指正！！