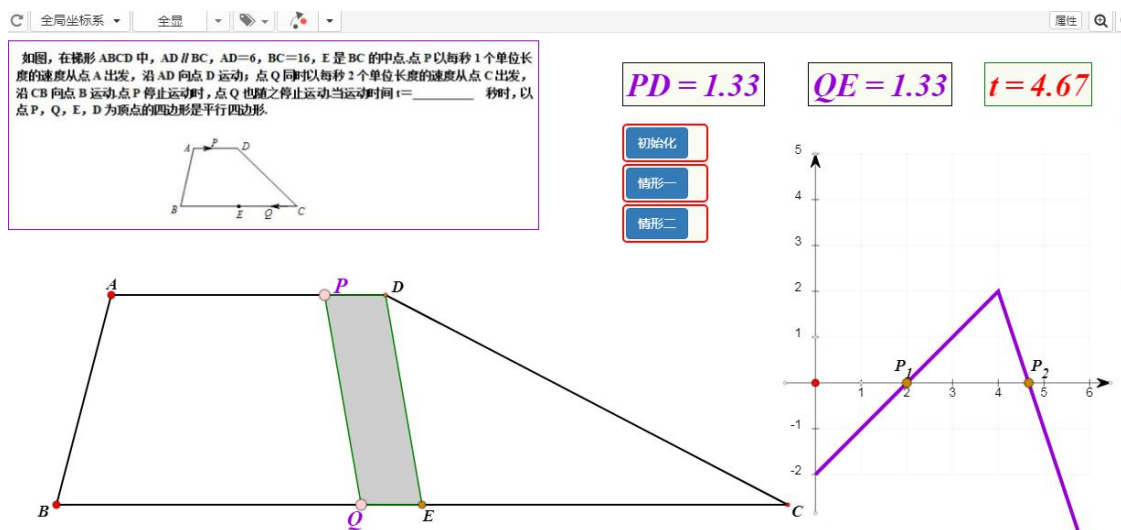


网板周赛第 24 期

本期主要练习“扫描法”。

“扫描法”我个人认为是一种“暴力”作图方法，也就是在一些用纯几何方法作图不是特别方便和快捷时，将几何问题转化为代数模拟的一种作图方法。“扫描法”实际上是将几何条件转化为轨迹点的坐标，从而利用轨迹的交点获取几何信息的一种方法。因为最终是轨迹上的测量信息，因此必然带来一定的作图误差，它和纯几何作图方法还是有本质上的区别。

在这类问题中，首先要构造一个轨迹点，其横坐标设为轨迹驱动条件，纵坐标设为题目中要满足的几何约束条件，然后做轨迹，利用当几何约束条件满足时测得的轨迹驱动条件来快速作图。



本期第一题：探寻平行四边形。因为梯形的上下边已经平行，因此这里的几何约束条件用上下边的相等来构造（轨迹点的纵坐标为： $m000 - m001$ ，其中 $m000$ 对应 PD 的测量值， $m001$ 对应 QE 的测量值），轨迹驱动条件为 AD 上的半自由点 P 的变量值（轨迹点的横坐标为： $u001 * 6$ ，其中 $u001$ 为点 P 的变量值，乘以 6 是为了转化为时间 t ），从而构造点 P 驱动下的轨迹，当轨迹与 x 轴相交时，

即 $m000 - m001=0$ ，也就是 $PD=QE$ ，满足上下边的相等，此时测量轨迹点的横坐标值 t ，再还原为点 P 的变量值 $(t/6)$ ，做点 P 的动画即可找到目标点。

图解下列几何题

$\triangle ABC$ 中， D 为边 AB 的中点，连接 CD ， $\angle DAC=2\angle DCA$ ， $\angle BCD=30^\circ$ 。求 $\angle B$ 的度数？

$\angle BCD = 30^\circ$ $\angle DAC = 49^\circ$
 $\angle DBC = 78^\circ$ $\angle DCA = 23^\circ$

情形一 情形二

隐藏代数解答

设 $\angle DCA=x$ ，则 $\angle AC=2x$ 。
 在 $\triangle ACD$ 中， $\frac{CD}{\sin 2x} = \frac{AD}{\sin x}$ ，
 在 $\triangle BCD$ 中， $\frac{CD}{\sin B} = \frac{BD}{\sin 30^\circ}$ ，
 又 $AD=BD$ ，则 $\frac{\sin 2x}{\sin x} = 2\sin B$ ，
 故 $\cos x = \sin B$ ，即 $\sin(90^\circ - x) = \sin B$ 。
 在三角形中，故有 $90^\circ - x = B$ 或 $90^\circ - x + B = 180^\circ$ 。
 又 $3x + B = 150^\circ$ 。
 解之，得 $B = 60^\circ$ 或 $B = 105^\circ$ 。

本期第二题：探寻一个满足一定条件的角。首先利用两次旋转，找交点定出了点 C 的位置，轨迹驱动条件为 $\angle B$ 的度数（参数滑竿 b ），几何约束条件为角的二倍关系（ $m010 - 2 * m011$ ，其中 $m010$ 对应 $\angle DAC$ ， $m011$ 对应 $\angle DCA$ ）。下面的理解就和题 1 完全相同了。